Lista N.1

1.Enuncie o princípio de mínima ação para um ponto material de massa m sob a ação de um campo gravitacional Newtoniano, e obtenha as equações de Euler-Lagrange.

2.Dê uma interpretação geométrica para o problema variacional

$$\int_0^1 \sqrt{1+y'^2}dx \rightarrow \text{mínimo}$$

com as condições de contorno $y(0) = 0$, $y(1) = 1$.
3.Ache as equações de Euler-Lagrange para

$$\begin{aligned}
(a)\ f &= x^2y^2 - y'^2 \\
(b)\ f &= \sqrt{xy} + y'^2 \\
(c)\ f &= f = \sin{(xy')} \\
(d)\ f &= \frac{x^2y'}{\sqrt{1+y'^2}}
\end{aligned}$$

4. Seja $L(q_i, \dot{q}_i, t)$ a lagrangena de um sistema físico. Se $f(q_i, t)$ é uma função contínua e de derivadas contínuas até, e inclusive, segunda ordem, mostre que a Lagrangeana

$$L'(q_i, \dot{q}_i, t) = L(q_i, \dot{q}_i, t) + \frac{d}{dt}f(q_i, t)$$

gera as mesmas equações de Euler-Lagrange que a lagrangena L. Ou seja, L' é também lagrangena do mesmo sistema físico.

5. Considere a Lagrangeana

$$L = e^{\lambda t}(\frac{m\dot{q}^2}{2} - \frac{1}{2}kq^2)$$

que contém uma dependência explícita no tempo. Escreva explicitamente as equações de Euler-Lagrange, identifique o sistema físico em questão e mostre que sua energia não é conservada.